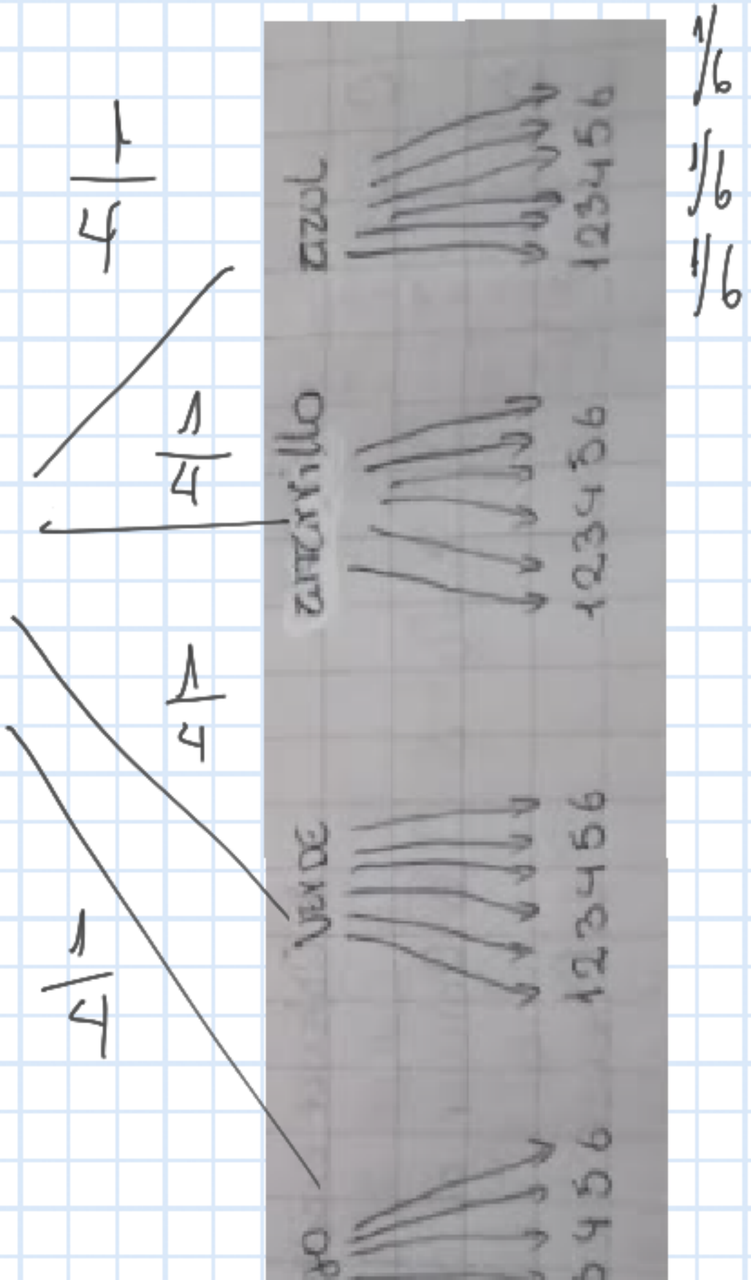
OBJETIVO: COMPRENDER EL CONCEPTO DE PROBABILIDAD CONDICIONADA Y APLICARLO EN LA TOMA DE DECISIONES

REVISIÓN ACTIVIDAD:



Respuesta:

a- r1, r2, r3, r4, r5, r6 → rojo
v1, v2, v3, v4, v5, v6 → verde
a1, a2, a3, a4, a5, a6 → amarillo
a1, a2, a3, a4, a5, a6 → azul

Ω = 24

b- $\frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$

c- $\frac{1}{4} \times \frac{3}{6} = \frac{3^{:3}}{24^{:3}} = \frac{1}{8}$

d- $\frac{1}{4} \times \frac{2}{6} = \frac{2^{:2}}{24^{:2}} = \frac{1}{12}$

APLICAMOS PROPIEDADES:

Regla de Laplace. Si todos los resultados de un experimento aleatorio son equiprobables, se verifica la probabilidad de un suceso así:

$$\text{Probabilidad del suceso } A = P(A) = \frac{\text{número de casos favorables al suceso } A}{\text{número de casos posibles}}$$

Propiedades de la probabilidad

- La probabilidad del suceso imposible es 0.
- La probabilidad del suceso seguro es 1.
- La probabilidad del suceso contrario a A es $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

EJEMPLO:

Se escoge al azar una bola de una caja donde hay diez amarillas, seis rojas y cinco azules. Halla las probabilidades.

a) Que sea amarilla.

b) Que sea azul.

c) Que sea roja.

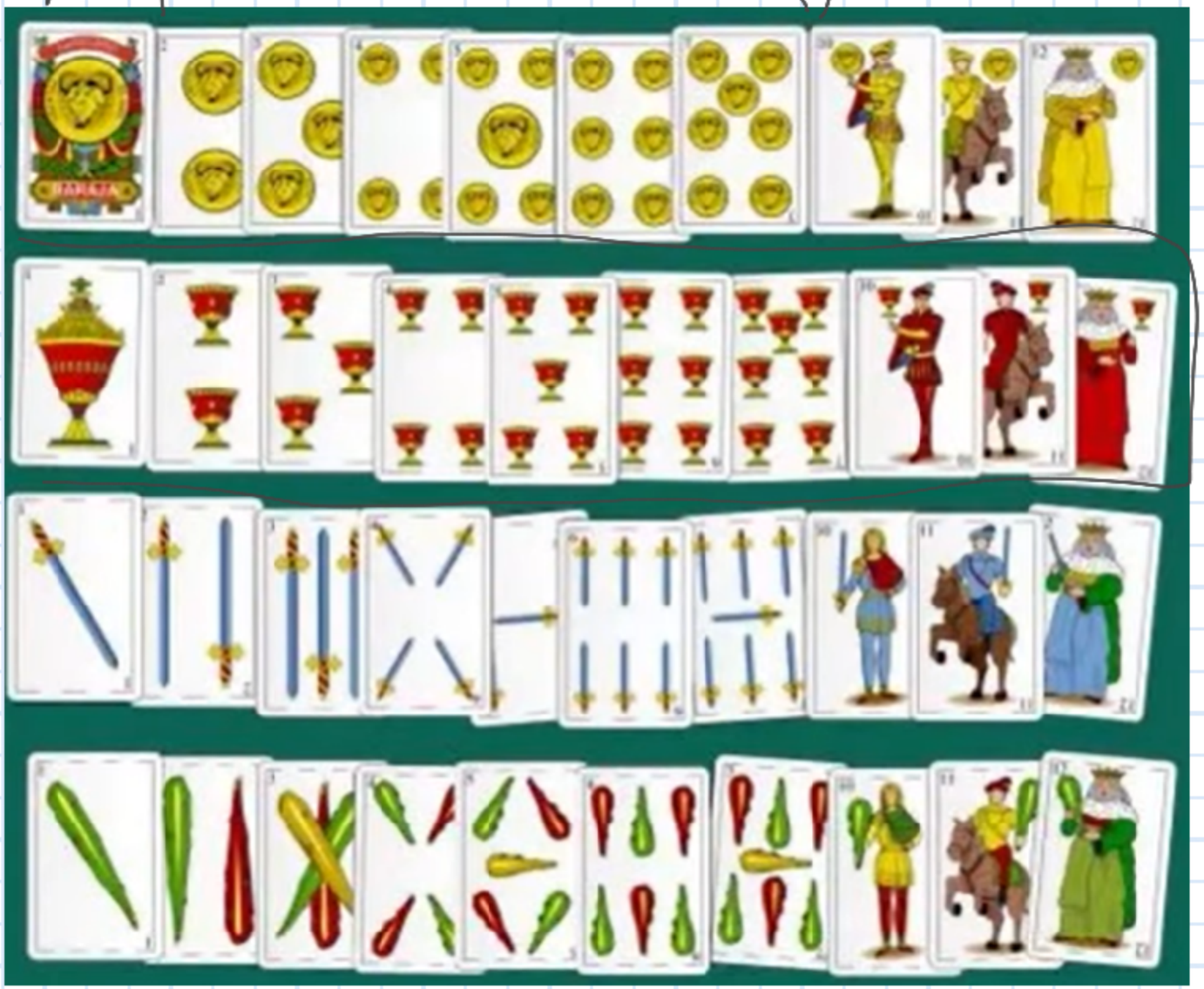
d) Que no sea roja.

$\Omega = \{10\,AM, 6R, 5A\}$

$\Omega = 21$

$P(A) = \frac{10}{21}$	$P(A) = \frac{5}{21}$	$P(R) = \frac{6}{21}$	$P(\bar{R}) = 1 - 28\%$
$P(A) = 0,47$	$P(A) = 0,23$	$P(R) = 0,28$	$P(\bar{R}) = 72\%$
$0,47 \times 100 = 47\%$	$0,23 \times 100 = 23\%$	$0\,28 \times 100 = 28\%$	

OBSERVA: BARAJA ESPAÑOLA



a) calcular la probabilidad de obtener un as:

$$P(A) = \frac{4 : 4}{40 : 4} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$\simeq 10\,\%$$

b) calcular la probabilidad de no obtener un as:

$$P(\bar{A}) = 1 - 0,1 = 0,9$$

$$90\,\%$$

c) calcular la probabilidad de obtener un rey de copa:

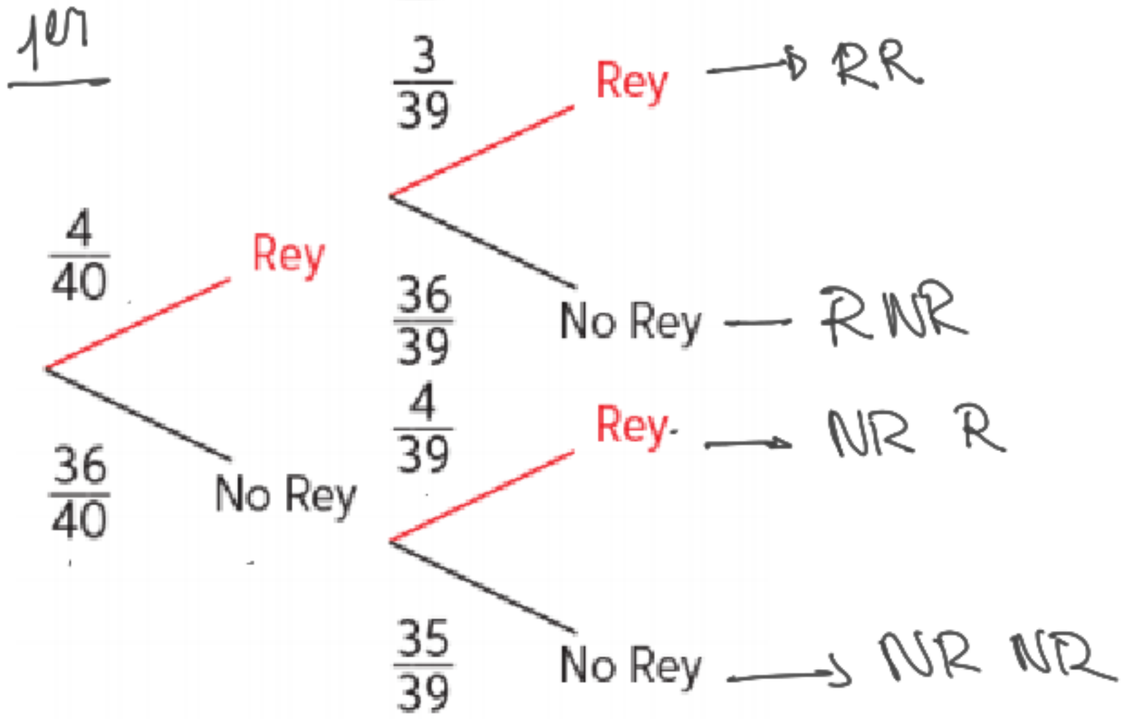
$$P(RC) = \frac{1}{40} = 0,025$$

$$\simeq 2,5\,\%$$

OBSERVA:

Situación 1

Se extraen al azar dos cartas de una baraja española.



Preguntas:

A. En el experimento:
¿Se devuelve la primera carta extraída? ¿Por qué?

NO SE REPONE

B. ¿Cuántas etapas posee el diagrama?
¿Qué significa cada etapa?

DOS ETAPAS → SUCESOS

C. ¿Cuánto suman las probabilidades en cada etapa del diagrama(verticalmente)?

1era) 4/40 + 36/40 = 40/40 = 1

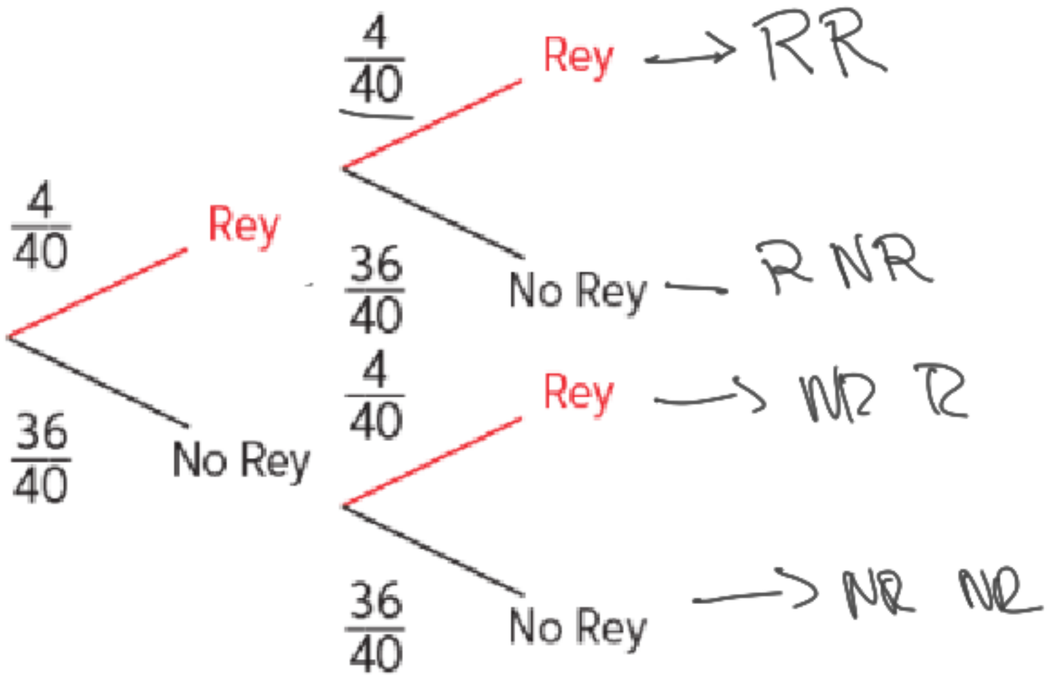
D. ¿Cuántas combinaciones existen en total?

$\mathcal{U} = \{ RR, RNR, NRR, NR\,NR \}$

OBSERVA:

Situación 2

Se extraen al azar dos cartas de una baraja española.



Preguntas:

A. En el experimento:

¿Se devuelve la primera carta extraída? ¿Por qué?

SI SE REPONE

B. ¿Cuánto suman las probabilidades en cada etapa del diagrama(verticalmente)?

1ra) $4/40 + 36/40 = 40/40 = 1$ AMBAS

C. ¿Cuántas combinaciones existen en total?

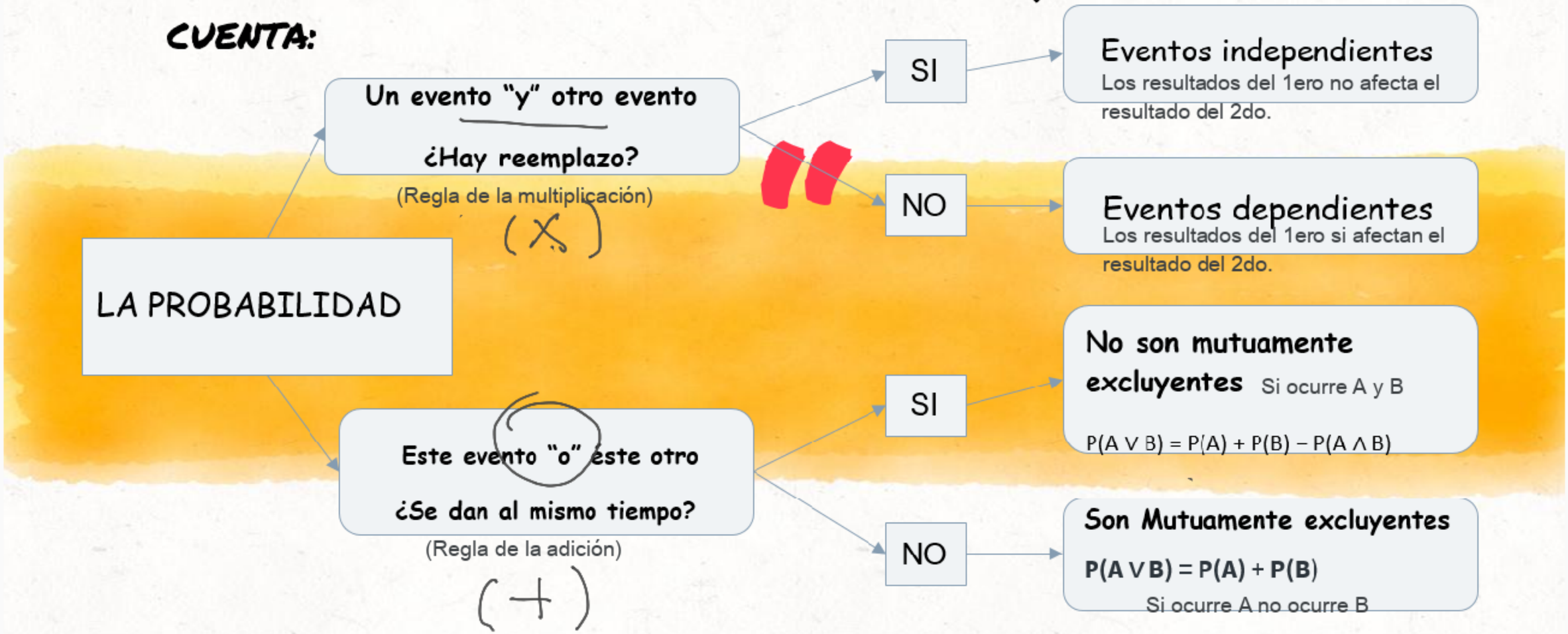
$\mathcal{U} = \{RR, RNR, NRR, NRNR\}$

D. ¿Qué diferencia existe entre la situación 1 y la 2?

1ra) SIN REPONER

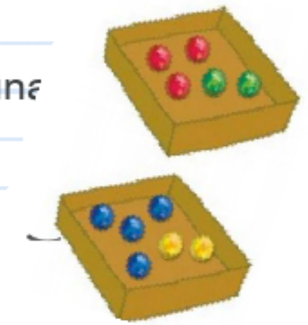
2da) CON REPOSICIÓN

NO LO OLVIDES PARA IDENTIFICAR UN SUCESO, HAY QUE TENER EN CUENTA:



EJEMPLO:

Se dispone de 2 cajas con fichas de colores, como muestra la figura, y se extrae al azar una ficha de cada una
a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una ficha roja y una azul?
b) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una ficha roja y una amarilla?
c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una ficha verde y una no azul?



$P(R) = \frac{3}{5}$

$P(AZ) = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}$

LUEGO:

$\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$

$P(R) = \frac{3}{5}$

$P(AM) = \frac{2 : 2}{6 : 2} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$

$P(V) = \frac{2}{5}$

$P(NA) = \frac{1}{3}$

$= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$

LOS SUCESOS SON INDEPENDIENTES

Ejemplo:

Una bolsa negra tiene las siguientes pelotas y se extraen una a una sin reposición:

$\mathcal{U} = 12$

a) Cuál es la probabilidad de obtener dos pelotas negras seguidas:

$$\frac{5}{12_3} \cdot \frac{4^1}{11} = \frac{5}{33}$$

$\mathcal{U} = \{5N, 2AM, 3A, 1V, 1R\}$

b) Cuál es la probabilidad de obtener dos pelotas amarillas seguidas:

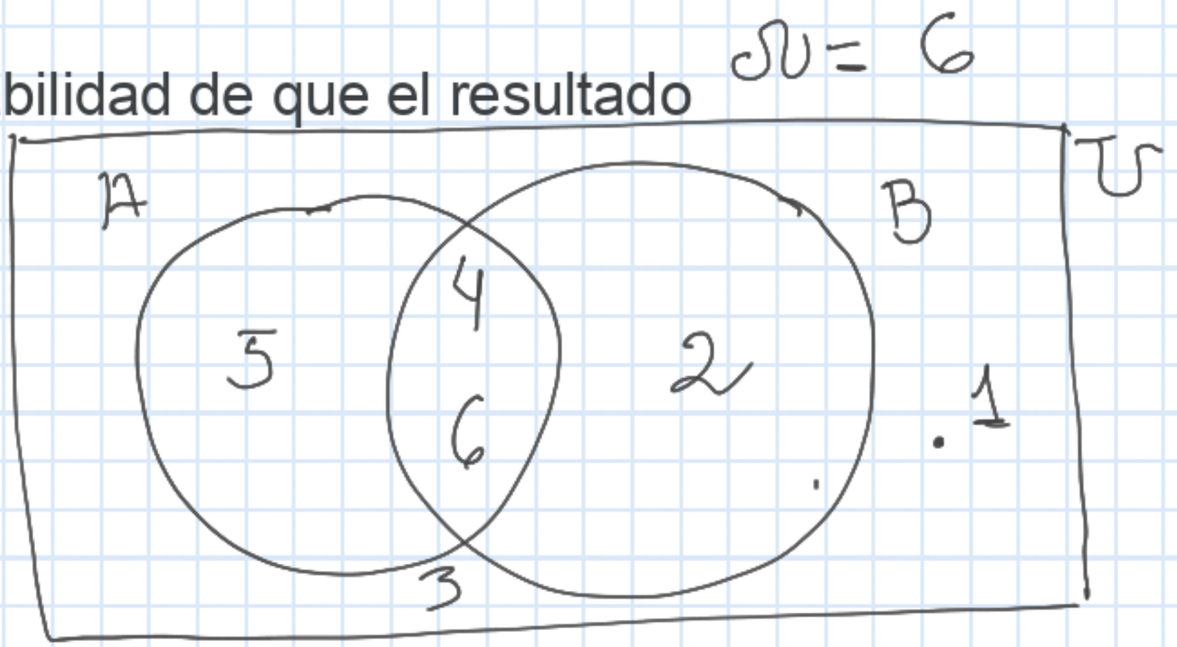
$$\frac{2}{12} \cdot \frac{1}{11} = \frac{2 \cdot 2}{132 : 2} = \frac{1}{66}$$

c) Cuál es la probabilidad de obtener una pelota azul y después una amarilla.

$$\frac{1}{12_6} \cdot \frac{2}{11} = \frac{1}{22}$$

Ejemplo:

Se lanza un dado una vez. Calcula la probabilidad de que el resultado obtenido sea:



a) Mayor que 3 o un número par .

$A = \{4, 5, 6\}$

$B = \{2, 4, 6\}$

$P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} \overset{:2}{\underset{:2}{}} = \frac{2}{3}$$

b) Que sea par o 4 (tarea)

Probabilidad Condicionada

La **probabilidad condicionada** $P(B/A)$ es la probabilidad de que ocurra un suceso B dado que ocurrió otro A y se calcula con la siguiente expresión:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \text{ con } P(A) \neq 0$$

EJM: $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{10}}{\frac{7}{10}} = \frac{4}{7} \cdot \frac{10}{7} = \frac{4}{7}$$

Se extrae una bolita al azar desde una urna que contiene 10 bolitas. Si se sabe que la bolita extraída tiene un número mayor que 3, ¿cuál es la probabilidad de que sea par?

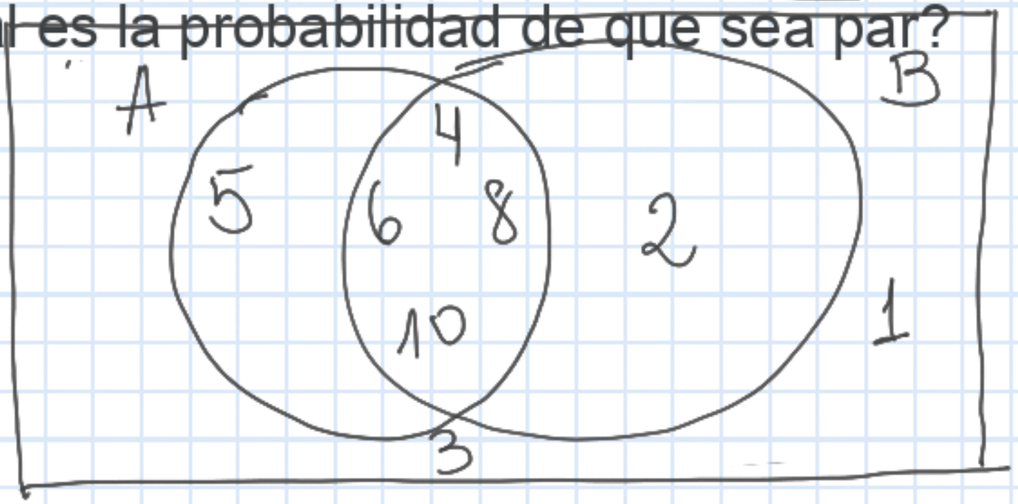
Consideramos los sucesos:

A = extraer una bolita con un número mayor que 3

B = extraer una bolita con un número par.

$P(A) = \{4,5,6,7,8,9,10\}$ $P(A \cap B) = \frac{4}{10}$

$P(B) = \{4,6,8,10\}$ $P(A) = \frac{7}{10}$



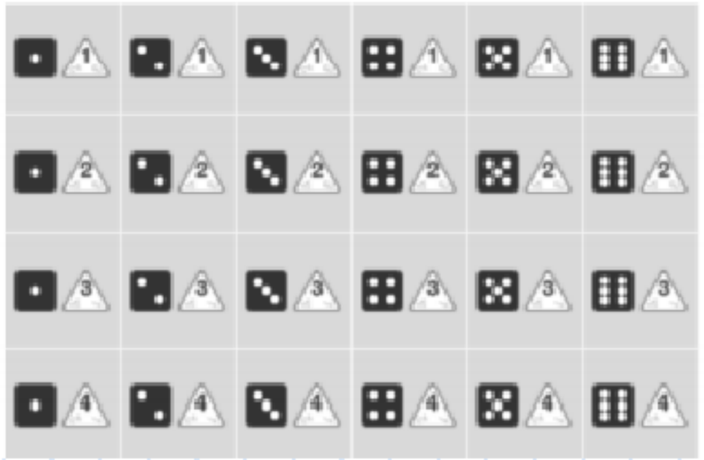
Sin reposición son siempre dependientes. Con reposición son siempre independientes.

Dos sucesos A y B **son independientes**, si la realización de A no condiciona la realización de B, es decir, $P(B/A) = P(B)$. Entonces, $\mathbf{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).}$

Dos sucesos A y B **son dependientes** si la realización de A condiciona la realización de B, es decir, $P(B/A) \neq P(B)$. Entonces, $\mathbf{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A).}$

ACTIVIDAD: (tarea)

Suponiendo que Javiera lanza simultáneamente un dado justo de seis caras y un dado justo de cuatro caras. Sea A el evento en el que sale un 5 en el dado de seis caras y sea B el evento en el que la suma de los dados es 7. Usando el espacio muestral de abajo con los posibles resultados, responde cada una de las siguientes preguntas.



A) ¿Los eventos son independientes?
B) Cuál es la probabilidad de obtener en el dado de seis caras un 5 y la suma de ambos sea 7
c) Cuál es la probabilidad de obtener en ambos una suma 7 o múltiplo de 6

ACTIVIDAD:

1. La siguiente tabla de contingencia muestra la cantidad de participantes en una corrida de cierta localidad según las siguientes categorías:

Las tablas de contingencia son aquellas en las que se resume y organiza la información según dos o más criterios.

	Masculino	Femenino	Total
Adolescente	25	15	40
Adulto	125	70	195
Sénior	75	90	165
Total	225	175	400

Si se elige una persona al azar, calcula:

a. La probabilidad de que sea una corredora, sabiendo que pertenece a la categoría sénior.

b. La probabilidad de que sea de la categoría adulto, sabiendo que es un corredor.(tarea) *

* CORREDORA (F)
175

* SÉNIOR (S)
165

* (F ∩ S) = 90

TOTAL = 400

$$\frac{P(F \cap S)}{P(S)} = \frac{\frac{90}{400}}{\frac{165}{400}}$$

$$= \frac{90}{400} \cdot \frac{400}{165}$$

$$= \frac{90:5}{165:5} = \frac{18:3}{33:3} = \frac{6}{11}$$

PROBABILIDAD CONDICIONAL EN TABLAS DE CONTINGENCIA

Responde las preguntas a partir de la información entregada: (6 ptos.)

Investigadores encuestaron a 100 estudiantes y les preguntaron qué superpoder les gustaría tener más. Esta tabla de contingencia exhibe los datos de la muestra de estudiantes que respondieron:

Superpoder	Hombre	Mujer	TOTAL
Volar	26	12	38
Invisibilidad	12	32	44
Otro	10	8	18
TOTAL	48	52	100

Recuerda cumplir con los ejercicios de las Actividades resolviendo en tu cuaderno y enviando al correo la evidencia.

Al elegir un estudiante al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante haya elegido volar como su superpoder?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante fuera hombre?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante fuera hombre, dado que el estudiante eligió volar como su superpoder?

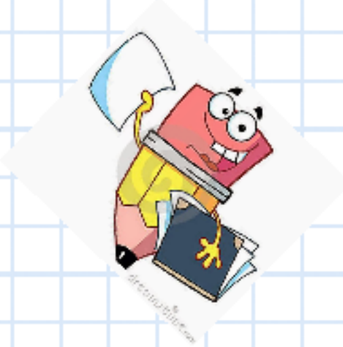
d) ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante eligiera volar dado que el estudiante fuera hombre?

e) ¿La siguiente proposición sobre la probabilidad condicional es VERDADERA o FALSA? ¿Por qué?

"En general, $P(A|B) = P(B|A)$, es decir, puedes voltear el orden y la probabilidad sigue siendo la misma".

Respuesta: _____

f) Si I represente el evento en el que el estudiante eligió la invisibilidad como su superpoder, y que M represente el evento en el que el estudiante era mujer.

Interpreta el significado de $P(I|M) \approx 0,62$, marcando una de las respuestas:

Cerca del 62% de las personas que eligieron la invisibilidad como su superpoder fueron mujeres.	Cerca del 62% de las mujeres eligió la invisibilidad como su superpoder.