

GUÍA DE MATEMÁTICA (IV° MEDIOS)

FUNCIÓN INVERSA

Tiempo máximo: 45 minutos

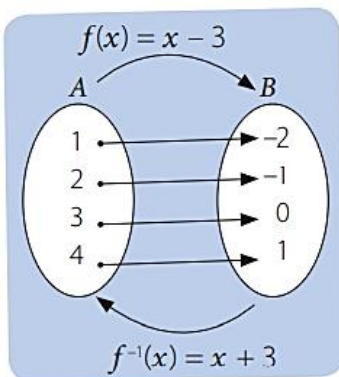
Nombre:		Curso:		Fecha:	
Unidad:	Unidad 1: Álgebra y funciones				
OA / AET:	OF 1. Modelar situaciones o fenómenos cuyo modelo resultante sea la función potencia, inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones.				
Habilidades:	Reconocer si una función tiene función inversa y, si la tiene, expresarla como función.				
Contenido:	Función inversa				

Instrucciones: Lea las instrucciones y los apartados de cada actividad. Desarrolle la guía de manera ordenada. Cualquier duda o consulta no dude en mandar correo y se le responderá a la brevedad. Sigue las clases en **Google classroom** de matemática.

FUNCIÓN INVERSA

Se llama **función inversa** o recíproca de una función f a una nueva función cuyo dominio es la imagen de la función inicial, y su imagen es el dominio de la función inicial. Es decir, si la función g es la función inversa de f , entonces se cumple que si $f(b) = a$, entonces $g(a) = b$.

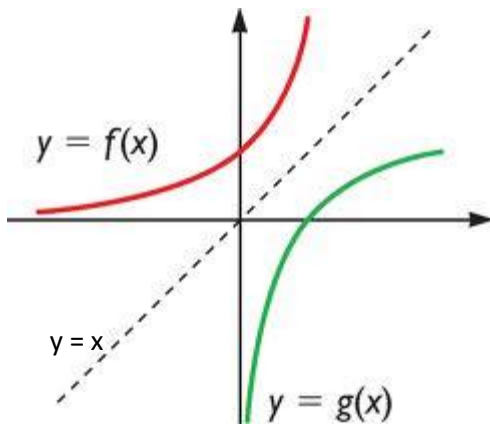
Representación sagital



En el diagrama sagital de la izquierda se representa una función f y su inversa f^{-1} . Si te fijas, el dominio de f equivale al recorrido de f^{-1} y el recorrido de f es el dominio de f^{-1} . Además, para que f^{-1} sea función, a cada elemento de B le corresponde una única preimagen, de manera que f debe ser una función biyectiva. Por lo tanto, no todas las funciones tienen una inversa, es decir, solo tienen inversa aquellas funciones que son biyectivas.

¿Qué entendiste sobre función inversa?

Representación gráfica



La gráfica de una función f , y la de su inversa g , son simétricas respecto a la bisectriz del primer y tercer cuadrante, es decir la recta $y = x$, como podemos ver en la imagen de la izquierda.

¿Podemos decir que la expresión $f^{-1} = g(x)$ es correcta?

Determinar función inversa

Ejemplo: Hallar la función inversa de $f(x) = 3x + 5$.

Debemos seguir los siguientes pasos, antes que nada tendremos en cuenta que $f(x) = y$, por tanto empezaremos nuestros pasos a partir de la siguiente función: $y = 3x + 5$.

Paso 1: Hacemos el cambio de **y por x**, obteniendo: $x = 3y + 5$.

Paso 2: Despejamos **y en función de x**, de la siguiente forma: $3y = x - 5$; luego $y = \frac{(x-5)}{3}$

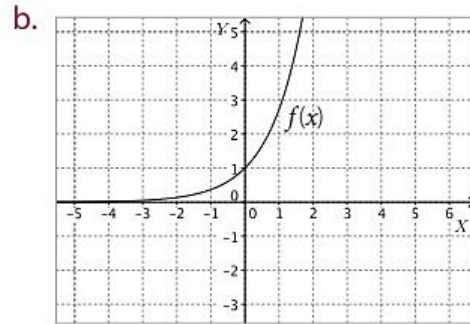
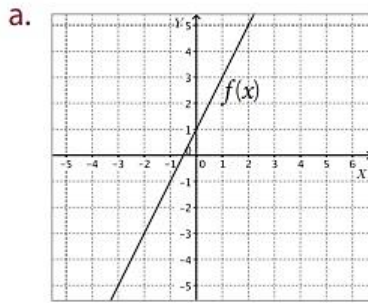
Paso 3: Por tanto la función inversa es $f^{-1} = \frac{(x-5)}{3}$

¡Ahora hazlo tú!

Calcula la siguiente función inversa de $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$

Actividades

1. A partir de la gráfica de f , determina si existe la inversa f^{-1} . Luego, traza su gráfica.



2. Responde las siguientes preguntas.

- ¿Qué condición debe cumplir una función para tener una función inversa?
- Si f es creciente, ¿es f^{-1} una función creciente?

3. Determina si las siguientes funciones, definidas en los números reales, tienen inversa. En el caso de que la tengan, determina f^{-1} .

- | | |
|----------------------|---------------------|
| a. $f(x) = 3x + 4$ | c. $f(x) = x^2 - 4$ |
| b. $f(x) = 2x^3 - 1$ | d. $f(x) = x^6 - 4$ |

Tomo nota

- Dada una función $f: A \rightarrow B$ biyectiva, llamamos función inversa de f a la función $f^{-1}: B \rightarrow A$, tal que para cualquier a del dominio y b del recorrido de f se cumple que: Si $f(a) = b$, entonces $f^{-1}(b) = a$.
- Dada una función f y su función inversa f^{-1} , se cumplen: $\text{dom } f = \text{rec } f^{-1}$ y $\text{rec } f = \text{dom } f^{-1}$.
- Dada una función f y su función inversa f^{-1} , se cumple que: $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$
- En un mismo gráfico, las gráficas de $f(x)$ y $f^{-1}(x)$ son simétricas respecto de la recta $y = x$.
- Dada una función $f(x)$, para determinar la representación algebraica de $f^{-1}(x)$, su función inversa, se escribe la ecuación $(f \circ f^{-1})(x) = x$, aplicando $f(x)$ a la expresión $f^{-1}(x)$, y luego se resuelve la ecuación, considerando a $f^{-1}(x)$ como la incógnita.