Colegio MARÍA GRISELDA VALLE
El Bosque

ECUACIÓN DE 2° GRADO O CUADRÁTICA

Profesor:
Elías Figueroa Quiroz

www.free-power-point-templates.com

$$2x^2 + 7x = 0$$

¿De qué tipo es esta ecuación?

¿Cuáles son sus soluciones?

www.free-power-point-templates.com

Objetivos de Aprendizaje

- Comprender el concepto de ecuación cuadrática.

- Determinar coeficientes de una ecuación cuadrática.

- Resolver ecuaciones cuadráticas incompletas.

- Reconocer y utilizar métodos de resolución de diversas ecuaciones cuadráticas completas.

www.free-power-point-templates.com

Ecuación Cuadrática.

Una ecuación de segundo grado con una incógnita o ecuación cuadrática es aquella en la cual el mayor exponente de la incógnita es **dos** y viene expresada de la siguiente forma.

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0;\ \forall\, a, b, c \in \mathbb{R},\ a \neq 0}$$

En esta ecuación los coeficientes son:

a: coeficiente de x^2

b: coeficiente de x^1

c: coeficiente de x^0, llamado **término libre**

Además, siempre se obtiene **DOS SOLUCIONES** al resolver una ecuación cuadrática, definidas por $\mathbf{X_1}$ y $\mathbf{X_2}$.

www.free-power-point-templates.com

Ejemplos.

$$3x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$-x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x^2 - 12x = 0$$

$$6x^2 = 0$$

www.free-power-point-templates.com

Tipos de Ecuación Cuadrática.

Existen 2 tipos de ecuación cuadrática o de segundo grado:

1. **Incompletas**

    1.1. Incompleta Monomial.

    1.2. Incompleta Binomial.

    1.3. Incompleta Pura.

2. **Completas**

    2.1. Completa Particular.

    1.2. Completa General.

www.free-power-point-templates.com

Ecuación Cuadrática Incompleta.

I. INCOMPLETA MONOMIAL.

Es aquella de la forma:

$$ax^2 \quad ; a \neq 0; \; b = 0; \; c = 0$$

$$6x^2 = 0 \qquad -2x^2 = 0 \qquad 3\sqrt{5}x^2 = 0$$

Su resolución es:

$$6x^2 = 0 \qquad -2x^2 = 0 \qquad 3\sqrt{5}x^2 = 0$$

$$x^2 = 0 \qquad x^2 = 0 \qquad x^2 = 0$$

$$\boxed{x_1 = 0} \qquad \boxed{x_1 = 0} \qquad \boxed{x_1 = 0}$$

$$\boxed{x_2 = 0} \qquad \boxed{x_2 = 0} \qquad \boxed{x_2 = 0}$$

www.free-power-point-templates.com

Ecuación Cuadrática Incompleta.

II. INCOMPLETA BINOMIAL.

Es aquella de la forma:

$$ax^2 + bx \quad ; a \neq 0; \;\; b \neq 0; \;\; c = 0$$

$$3x^2 - 5x = 0 \qquad\qquad -4x^2 + 6x = 0$$

Su resolución es factorizando por los términos en común:

$$3x^2 - 5x = 0$$

$$x(3x - 5) = 0$$

$$\boxed{x_1 = 0}$$

$$3x - 5 = 0 \quad \boxed{x_2 = \frac{5}{3}}$$

$$-4x^2 + 6x = 0$$

$$2x(-2x + 3) = 0$$

$$\boxed{x_1 = 0}$$

$$-2x + 3 = 0 \quad \boxed{x_2 = \frac{3}{2}}$$

www.free-power-point-templates.com

Ecuación Cuadrática Incompleta.

III. INCOMPLETA PURA.

Es aquella de la forma:

$$ax^2 + c \quad ; a \neq 0; \ b = 0; \ c \neq 0$$

$$4x^2 - 36 = 0 \qquad\qquad 2x^2 + 98 = 0$$

Su resolución es despejando la incógnita:

$$4x^2 - 36 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$\boxed{x_1 = 3}$$

$$\boxed{x_2 = -3}$$

$$2x^2 + 98 = 0$$

$$x^2 = -49$$

$$x = \pm\sqrt{-49}$$

$$\boxed{x_1 = 7i} \qquad \boxed{x_2 = -7i}$$

www.free-power-point-templates.com

Ejercicios Propuestos.

1) $5x^2 + 32 = 57$

2) $6x^2 - 21 = 51$

3) $15x^2 - 3x = 0$

4) $7x^2 - 19 = -5$

www.free-power-point-templates.com

¿Qué aprendiste?

1. ¿Cuántas soluciones tiene una ecuación cuadrática?

2. ¿Qué coeficiente es nulo en la ecuación cuadrática incompleta pura?

3. ¿Qué coeficiente es nulo en la ecuación cuadrática incompleta binomial?

4. ¿Qué otro nombre reciben las soluciones de las ecuaciones de segundo grado con una incógnita?

www.free-power-point-templates.com

$$2x^2 + 7x = 0$$

¿De qué tipo es esta ecuación?

¿Cuáles son sus soluciones o raíces?

www.free-power-point-templates.com

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

¿Cuáles son sus soluciones o raíces?

www.free-power-point-templates.com

Ecuación Cuadrática Completa.

I. COMPLETA PARTICULAR.

Es aquella de la forma:

$$x^2 + bx + c \quad ; a = 1; \;\; b \neq 0; \;\; c \neq 0$$

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

Su resolución es factorizando:

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$(x+3)(x+4) = 0$$

$$\boxed{x_1 = -3}$$

$$\boxed{x_2 = -4}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x-3)(x-3) = 0$$

$$\boxed{x_1 = 3}$$

$$\boxed{x_2 = 3}$$

www.free-power-point-templates.com

Ecuación Cuadrática Completa.

I. COMPLETA PARTICULAR.

$$x^2+10x+25=0$$

$$(x+5)(x+5)=0$$

$$\boxed{x_1=-5}$$

$$\boxed{x_2=-5}$$

$$x^2-x-6=0$$

$$(x-3)(x+2)=0$$

$$\boxed{x_1=3}$$

$$\boxed{x_2=-2}$$

www.free-power-point-templates.com

Ecuación Cuadrática Completa.

II. COMPLETA GENERAL.

Es aquella de la forma:

$$ax^2 + bx + c \quad ; a \neq 0; \; b \neq 0; \; c \neq 0$$

Para su resolución se debe considerar la fórmula general de la ecuación cuadrática, la cual es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

www.free-power-point-templates.com

Ecuación Cuadrática Completa.

II. COMPLETA GENERAL.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$3x^2-5x+2=0$$

$$x=\frac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 3\cdot 2}}{2\cdot 3}$$

$$x=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{6}$$

$$x=\frac{5\pm 1}{6}\qquad x_1=\frac{5+1}{6}=1$$

$$x_2=\frac{5-1}{6}=\frac{2}{3}$$

$$x^2+x+1=0$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot 1\cdot 1}}{2\cdot 1}$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1-4}}{2}$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}=\frac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$$

$$x_1=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\qquad x_2=\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$$

www.free-power-point-templates.com

Métodos de Resolución de la Ecuación Cuadrática

- Factorización del Trinomio
  (ya ejemplificado anteriormente)
- Completación de Cuadrados
- Fórmula General

www.free-power-point-templates.com

Completación de Cuadrados

Completar el cuadrado

"**Completar el cuadrado**" es cuando...

... tenemos una ecuación cuadrática como:		y la ponemos en esta forma:
$ax^2 + bx + c = 0$		$a(x+d)^2 + e = 0$

Para los que tengáis prisa, os puedo decir ya que: $d = \frac{b}{2a}$, y: $e = c - \frac{b^2}{4a}$

Pero si tienes tiempo, deja que te explique cómo llegar allá.

www.free-power-point-templates.com

Completación de Cuadrados

La pista

Primero tengo que enseñarte lo que pasa cuando desarrollas $(x+d)^2$

$$\mathbf{(x+d)^2} = (x+d)(x+d) = x(x+d) + d(x+d) = \mathbf{x^2 + 2dx + d^2}$$

Así que si podemos poner la ecuación en la forma:		
	$\mathbf{x^2 + 2dx + d^2}$	
Entonces podemos escribirla inmediatamente como:		
	$\mathbf{(x+d)^2}$	
Que está bastante cerca de lo que queremos, el trabajo estaría casi hecho		

www.free-power-point-templates.com

Completación de Cuadrados

El caso más simple

Vamos a trabajar primero con: $x^2 + bx = 0$

Suma $(b/2)^2$ a los dos lados: $x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2$

Ahora mira la "pista" de arriba y piensa en que **2d=b** *así que* **d=b/2**

Sí, está en la forma $\mathbf{x^2 + 2dx + d^2}$ *donde* **d=b/2***, así que lo volvemos a escribir*

Completamos el cuadrado: $\left(x + \left(\frac{b}{2}\right)\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2$

¿Ves? No es difícil. *Con truco* pero no difícil.

www.free-power-point-templates.com

Completación de Cuadrados

El completo

Ahora vamos al caso completo:

Empieza con	$ax^2 + bx + c = 0$
Divide la ecuación entre a	$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$
Pon c/a en el otro lado	$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$
Suma $(b/2a)^2$ a los dos lados	$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$
¡Ajá! ¡Tenemos la forma $\mathbf{x^2 + 2dx + d^2}$ *que queríamos!* *(si "b/2a" es "d", claro)*	
"Completamos el cuadrado"	$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$
Ahora lo traemos todo de vuelta...	
... a la izquierda	$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = 0$
... y con el coeficiente correcto de x^2	$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a} = 0$

www.free-power-point-templates.com

Completación de Cuadrados

Fíjate en que tenemos: $a(x+d)^2 + e = 0$

Donde: $d = \frac{b}{2a}$, y: $e = c - \frac{b^2}{4a}$

www.free-power-point-templates.com

Completación de Cuadrados

Ejemplo

Vamos a probar con un ejemplo de verdad:

Empieza con	**$3x^2$ - 4x - 5 = 0**
Divide la ecuación entre a	$x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{5}{3} = 0$
Pon c/a en el otro lado	$x^2 - \frac{4}{3}x = \frac{5}{3}$
Suma $(b/2a)^2$ en los dos lados	$x^2 - \frac{4}{3}x + \left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{5}{3} + \left(\frac{4}{6}\right)^2$
... ahora la podemos transformar...	
"Completamos el cuadrado"	$\left(x - \frac{4}{6}\right)^2 = \frac{5}{3} + \left(\frac{4}{6}\right)^2$
Podemos simplificar las fracciones	$\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{3} + \frac{16}{36} = \frac{19}{9}$
Ahora lo traemos todo de vuelta...	
... a la izquierda	$\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{19}{9} = 0$
... y con el mismo coeficiente de x^2	$3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{19}{3} = 0$

www.free-power-point-templates.com

Demostración de la Fórmula General

Seguramente te has preguntado de dónde surge la fórmula general de la ecuación cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Es la famosa fórmula para encontrar las soluciones de una ecuación. La ecuación cuadrática o también conocida como la ecuación de segundo grado es aquella ecuación que obedece a un polinomio de segundo grado de la forma **ax^2+bx+c=0**.

Donde el coeficiente "a" es necesariamente diferente a cero. En el caso que a = 0 se obtiene una ecuación lineal o de primer orden.

www.free-power-point-templates.com

Demostración de la Fórmula General

Demostración:

$ax^2 + bx + c = 0$

Lo primero es dividir la ecuación completa por el primer término ¨a¨.

$\frac{ax^2}{a} + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

Al simplicar, quedará así;

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

Luego;

$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$

El siguiente paso es sumar en ambos miembros $\frac{b^2}{4a^2}$ con el fin de completar cuandrados.

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$

Después de amplificar las fracciones podemos representar la ecuación de la siguiente forma;

$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$

Extrayendo raíz cuadrada resulta;

$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

www.free-power-point-templates.com

Demostración de la Fórmula General

Luego llegamos a la fórmula que todo profesor de matemática enseña:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

El valor de x es lo que se conoce como fórmula general de la ecuación de segundo grado.

Traté de explicar los pasos de la forma más sencilla posible. Hay otros pasos u otros caminos que se pudieron haber considerado para la demostración, pero eso ya es tarea para ustedes ;).

www.free-power-point-templates.com

Demostración de la Fórmula General

Existen otras maneras de demostrar la Fórmula General de la Ecuación Cuadrática.

Pinche los siguientes link:

https://www.youtube.com/watch?v=H-zN5m6oLh8

https://www.youtube.com/watch?v=vix1BlqxY04

www.free-power-point-templates.com

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

¿Cuáles son sus soluciones o raíces?

www.free-power-point-templates.com

EJERCICIOS PROPUESTOS

$$x^2 + 4x - 32 = 0$$

$$x^2 - x - 20 = 0$$

www.free-power-point-templates.com

Teorema de Cardano-Víete.

Este teorema nos sirve para obtener la ecuación cuadrática correspondiente a un par de soluciones.

Utiliza los siguientes teoremas:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \qquad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 1$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Leftrightarrow 4+1 = \frac{-b}{a} \Leftrightarrow 5 = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Leftrightarrow 4 \cdot 1 = \frac{c}{a} \Leftrightarrow 4 = \frac{c}{a}$$

$$a = 1 ; b = -5 ; c = 4$$

$$\boxed{x^2 - 5x + 4 = 0}$$

www.free-power-point-templates.com

$x_1 = -3$ $\quad x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Leftrightarrow -3 + \frac{1}{5} = \frac{-b}{a} \Leftrightarrow \frac{-14}{5} = \frac{-b}{a}$

$x_2 = \frac{1}{5}$ $\quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Leftrightarrow -3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{c}{a} \Leftrightarrow \frac{-3}{5} = \frac{c}{a}$

$a = 5\,; b = 14\,; c = -3$ $\quad \boxed{5x^2 + 14x - 3 = 0}$

$x_1 = 3\sqrt{3}$ $\quad 3\sqrt{3} + -3\sqrt{3} = \frac{-b}{a} \Leftrightarrow 0 = \frac{-b}{a}$

$x_2 = -3\sqrt{3}$ $\quad 3\sqrt{3} \cdot -3\sqrt{3} = \frac{c}{a} \Leftrightarrow -27 = \frac{c}{a}$

$a = 1\,; b = 0\,; c = -27$ $\quad \boxed{x^2 - 27 = 0}$

www.free-power-point-templates.com

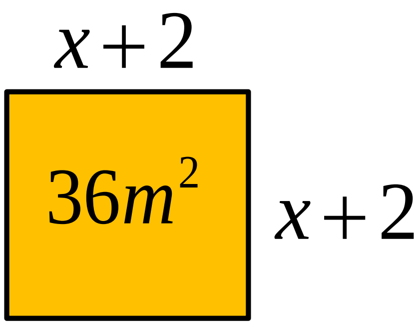
$$x_1 = -2 \qquad\qquad x_2 = 7$$

¿Cuál es la ecuación cuadrática correspondiente a estas soluciones o raíces?

www.free-power-point-templates.com

Problemas de Ecuación Cuadrática.

Manuel tiene un terreno en forma de cuadrado, el cual tiene una superficie de 36m², que quiere rodear de alambre ¿Cuántos metros de alambre necesita si el lado del terreno mide (x + 2)m?



$$(x+2)^2 = 36$$

$$x^2 + 4x + 4 = 36$$

$$x^2 + 4x - 32 = 0$$

$$(x+8)(x-4) = 0$$

$$\boxed{x_1 = -8} \qquad \boxed{x_2 = 4}$$

$$lado = 6m$$

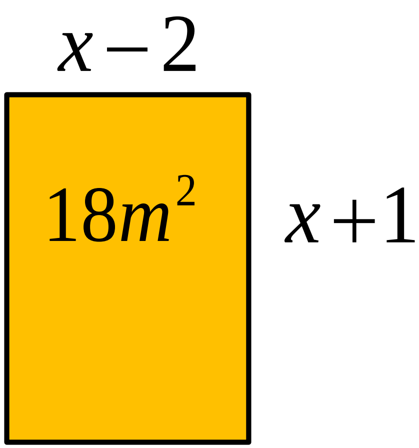
$$4 \cdot 6m = 24m$$

Manuel necesita 24 metros de alambre para rodear su terreno.

www.free-power-point-templates.com

Problemas de Ecuación Cuadrática.

Sofía tiene un cuadro de ancho (x – 2)m y largo (x + 1)m. Si sabe que el área mide 18cm², ¿Cuánto mide el ancho de su cuadro?



$$(x-2)(x+1)=18$$

$$x^2+x-2x-2=18$$

$$x^2-x-20=0$$

$$(x-5)(x+4)=0$$

$$\boxed{x_1=5} \qquad \boxed{x_2=-4}$$

$$largo=6m$$

$$ancho=3m$$

El ancho del cuadro de Sofía es de 3m.

www.free-power-point-templates.com