

Guía Autoaprendizaje 3° Medio Matemática n° 1
SEMANA 4 Y 5 : TALLER DE MEDIDAS DE POSICIÓN

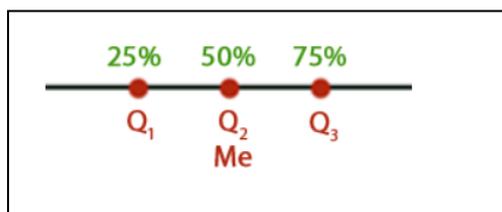
Nombre: _____ Curso: _____
OA: Calcular e interpretar medidas de posición para un conjunto de datos agrupados y no agrupados.
Links para consultas: https://app.box.com/s/wigci72lb77009x47fs4szyr7z2fbcw https://es.slideshare.net/Niykko/estadstica-48234889

Las **medidas de posición** nos permiten conocer otros puntos o datos importantes y característicos de los valores del estudio estadístico. Hay **otros tipos** de medidas de posición que son los cuartiles, quintiles, percentiles y deciles:

Los **cuartiles** (Q) agrupan los datos en cuartos, es decir, en cuatro partes iguales. De manera que si el total de una cosa (el 100%) lo dividimos en cuatro partes, haremos cuatro separaciones/partes del 25%.

Por todo esto, hay tres cuartiles:

- **Q₁ o primer cuartil:** hace referencia al 25% de los valores del estudio.
- **Q₂ o segundo cuartil:** hace referencia al 50% de los valores del estudio.
- **Q₃ o tercer cuartil:** hace referencia al 75% de los valores del estudio.



Cálculo de los cuartiles

1. Ordenamos los datos de menor a mayor.
2. Buscamos el lugar que ocupa cada cuartil mediante la expresión:

$$\frac{k \cdot N}{4} = 1, 2, 3$$

Número impar de datos	Número par de datos
2, 5, 3, 6, 7, 4, 9 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9 ↓ ↓ ↓ Q₁ Q₂ Q₃	2, 5, 3, 4, 6, 7, 1, 9 1, <u>2</u> , <u>3</u> , <u>4</u> , <u>5</u> , <u>6</u> , <u>7</u> , 9 2.5 4.5 6.5 ↓ ↓ ↓ Q₁ Q₂ Q₃

Ejemplo:

1. En 20 pruebas de evaporación, de la sustancia

MW008, se registran las siguientes variaciones de temperaturas a presión atmosférica: 41°, 50°, 29°, 33°, 40°, 42°, 53°, 35°, 28°, 39°, 37°, 43°, 34°, 31°, 44°, 57°, 32°, 45°, 46°, 48°.

Calculando el valor del cuartil 1:

Paso 1: Ordenar los datos de menor a mayor.

28°, 29°, 31°, 32°, 33°, 34°, 35°, 37°, 39°, 40°, 41°, 42°, 43°, 44°, 45°, 46°, 48°, 50°, 53°, 57°.

Paso 2: Ubicar la posición del valor que le corresponde al Q₁:

$$Q_1 = k (N/4) = 1 (20/4) = 1(5) = 5$$

Al revisar la serie de datos la posición 5 le corresponde a 33°

Paso 3: El valor para el Q_1 es 33°

Nos dice: que los valores entre 28° y 33° representan el 25 % de la serie de datos.

Cálculo de los cuartiles para datos agrupados

En primer lugar buscamos la **clase** donde se encuentra , en la **tabla de las frecuencias acumuladas**.

$$\frac{k \cdot N}{4} = 1, 2, 3$$

$$Q_k = L_i + \frac{\frac{k \cdot N}{4} - F_{i-1}}{f_i} \cdot a_i \quad k = 1, 2, 3$$

L_i es el límite inferior de la clase donde se encuentra el cuartil.

N es la suma de las frecuencias absolutas.

F_{i-1} es la **frecuencia acumulada** anterior a la clase del cuartil.

a_i es la amplitud de la clase.

Vamos a calcular $Q_1, Q_3, d_3,$ y p_{45}

Li-1	Li	ni	Ni
45	55	6	6
55	65	10	16
65	75	19	35
75	85	11	46
85	95	4	50

Cálculo de Q_1 : Buscamos en la columna de las frecuencias Acumuladas el valor que supere al 25% de $N=50$, corresponde al 2º intervalo. ($50/4=12.5$)

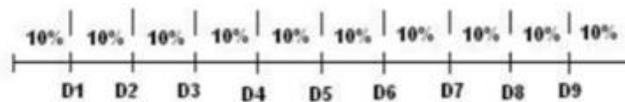
$$Q_1 = 55 + \frac{\frac{50}{4} - 6}{10} \cdot 10 = 61.5$$

Cálculo de Q_3 , Buscamos ahora en la misma columna el correspondiente al 75 % de N que en este caso es el 4º intervalo ($3 \cdot 50/4=37.5$)

$$Q_3 = 75 + \frac{3 \cdot \frac{50}{4} - 35}{11} \cdot 10 = 77.27$$

DECILES:

Nueve valores iguales que dividen la distribución en 10 partes iguales. D_1, D_2, \dots y D_9 (decil primero,...)



Para calcular el decil se deben ordenar los n datos en forma creciente y calcular $\frac{n \cdot k}{10}$

a) Si resulta un número entero, D_k es igual al promedio entre el dato que se ubica en esa posición y el dato siguiente.

b) Si resulta un número decimal, D_k es igual al dato que ocupa la posición $\left[\frac{n \cdot k}{10} \right] + 1$.

Ejemplo 1: los siguientes datos corresponden al número de hijos por familia. Determinar D_4 y D_9

Primero se ordenan los datos: 0,0,0,0,0,1,1,2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5

a) El lugar que ocupa la medida de posición buscada es : $\frac{15 \cdot 4}{10} = 6 \rightarrow \frac{1+1}{2} = 1$

0, 0, 0, 0, 0, (1, 1), 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5
 D_4

$D_4 = 1$, el 40% de las 15 familias encuestadas tienen 1 o no tienen hijos.

b) D_9 : El lugar que ocupa la medida de posición buscada es :

$$\left[15 \cdot \frac{9}{10} \right] = [13,5] = 13 \rightarrow 13+1 = 14$$

0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, (4), 5
 D_9

$D_9 = 4$, el 90% de las 15 familias encuestadas tienen 4 o menos hijos.

Deciles para datos agrupados:

En primer lugar buscamos la clase donde se encuentre $\frac{k \cdot N}{10}$, $K=1,2,3,\dots,9$, en la tabla de las frecuencias acumuladas:

$$D_k = L_i + \frac{\frac{K \cdot N}{10} \cdot F_{i-1}}{F_i} \cdot a_i$$

L_i es el límite inferior de la clase donde se encuentra el decil.

N es la suma de las frecuencias absolutas.

$F_i - 1$ es la frecuencia acumulada anterior a la clase del decil.

a_i es la amplitud de la clase.

EJEMPLO:

La tabla muestra el peso (en Kg) de los estudiantes de la I.E. "J. M. ARGUEDAS", Calcula e interpreta los cuatro primeros Deciles:

Peso (Kg)	f_i
50 - 60	8
60 - 70	10
70 - 80	16
80 - 90	14
90 - 100	10
100 - 110	5
110 - 120	2

Completamos la tabla hallando F_i :

Peso (Kg)	f_i	F_i
50 - 60	8	8
60 - 70	10	18
70 - 80	16	34
80 - 90	14	48
90 - 100	10	58
100 - 110	5	63
110 - 120	2	65
TOTAL	n=65	

Encontramos las clases Decil y seleccionamos el intervalo del cual tomaremos los datos.

Decil 1:

$$Clase Decil = \frac{1(65)}{10} = 6,5$$

El primer valor mayor a 6,5 es 8 y seleccionamos el intervalo (50-60).

$$D_1 = 50 + 10 \left(\frac{6,5 - 0}{8} \right) = 58,16$$

Respuesta: El 10% de los estudiantes tiene 58,16 Kg de peso o menos.

PERCENTILES:

Los Percentiles son los 99 valores de la variable que dividen a un conjunto de datos ordenados en 100 partes iguales (de 1% cada parte). De manera que para resolver un problema sobre percentiles solamente tenemos que hallar P1; P2 ; P3 ; P4; ... ; P99

NOTA: Para hallar los Percentiles se sigue el mismo procedimiento que los Cuartiles.

PERCENTILES PARA DATOS AGRUPADOS

Para hallar los Percentiles (P) para datos agrupados se aplica la siguiente fórmula:

$$P_k = L_i + a_i \cdot \frac{k \cdot \frac{n}{100} - F_{i-1}}{f_i}$$

Donde:

P_k : Percentil

L_i: Límite inferior del intervalo seleccionado.

k : Debe ser 1 ; 2 ; 3 ; 4; 5 ; ... ; 99

n: Número total de datos

f : frecuencia absoluta del intervalo seleccionado.

F_{i-1} : Frecuencia absoluta Acumulada (pero anterior a la Clase Percentil)

a : Amplitud del intervalo (Restar los 2 valores: L sup - L inf)

Pasos a seguir:

1. Completar la tabla "llenando" la Frecuencia Absoluta Acumulada "F".

2. Encontrar la Clase Percentil: $\frac{k \cdot N}{100}$

Luego en la Columna "F" escoger el primer valor mayor que la clase Percentil encontrada.

3. Aplicar la fórmula-

EJEMPLOS:

La tabla muestra el consumo semanal de fruta de los pacientes de un hospital, Calcula e interpreta el Percentil 60 y 90.

Consumo de frutas	f _i
0 - 1,5	8
1,5 - 3,0	10
3,0 - 4,5	16
4,5 - 6,0	14
6,0 - 7,5	10



Completamos la tabla:

Consumo de frutas	f _i	F _i
0 - 1,5	8	15
1,5 - 3,0	10	41
3,0 - 4,5	16	61
4,5 - 6,0	14	74
6,0 - 7,5	10	80
TOTAL	n=80	

Encontramos las Clase Percentil y seleccionamos el intervalo del cual tomaremos los datos.

Percentil 60:

$$\text{Clase Percentil} = \frac{60(80)}{100} = 48$$

El primer valor "F" mayor a 48 es 61 y seleccionamos el intervalo (3,0-4,5).

$$P_{60} = 3 + 1,5 \left(\frac{48 - 41}{20} \right) = 3,5$$

Respuesta: Semanalmente el 60% de los pacientes consume como máximo 3.5 Kg de fruta y el 40% restante consume más de 3,5 Kg de fruta.

ACTIVIDAD:

Instrucción: Resuelve en tu cuaderno los ejercicios planteados

1. Calcula las medidas de posición pedidas para la siguiente distribución de datos: Q1, D2, D8, P50 y P75

4, 6, 8, 17, 23, 43, 53, 56

2. A un grupo de estudiantes se les preguntó acerca de la cantidad de hermanos que tiene cada uno. Las respuestas fueron las siguientes: 2, 3, 1, 4, 5, 2,1,2,3,2,1, 4,5,2,1,3,2,1,2,3,2,3,4

- a) ¿Cuántos estudiantes se ubican bajo el segundo cuartil? ¿Cuántos hermanos tienen?
 b) ¿Cuántos hermanos tienen el 70% o menos de los estudiantes?

3. La instructora de matrogimnasia (gimnasia entre madre e hijo) tienen un grupo con 35 bebés y registró la edad de estos en meses. ¿Qué valores se encuentran entre el primer y el segundo cuartil?, ¿cuántos bebés son en cada caso?

18, 19, 16, 15, 15, 17,19
 20, 17,16, 16, 17, 15,20
 17, 17, 19, 18, 15, 17,16
 16, 17, 24, 11, 17, 16,15
 17, 16, 19, 16, 16, 19,17

4. La siguiente tabla muestra las notas que se sacaron 45 alumnos de un segundo medio en la última prueba de matemática

Nota	Nº de alumnos
1	2
2	4
3	7
4	10
5	15
6	5
7	2

- a) Construye una tabla de frecuencias para datos no agrupados que incluya: Frecuencia absoluta, frecuencia acumulada, frecuencia relativa y frecuencia relativa porcentual.
 b) Determina las medidas de tendencia central
 c) Determina las siguientes medidas de posición P55, D8 , Q2

5. Los siguientes datos no agrupados corresponden a la duración, en horas, de uso continuo de 50 dispositivos electrónicos iguales, sometidos a un control de calidad.

480- 496-721- 780- 801- 570- 802-795- 886- 714 775- 712- 683- 830- 560- 826- 560- 794-
 676- 760 890- 590- 750- 489- 725- 666- 746- 880- 668- 570 830- 440- 610- 720- 680- 680- 660-
 490- 890- 660 720- 793- 870- 715- 708- 710- 679- 762- 793- 751

intervalos	Xi	fi	Fi	hi	Hi

- a) Construye una tabla de frecuencia (datos agrupados), con 5 intervalos y determina las medidas de tendencia central (media aritmética, moda y mediana)
 b) Determina las siguientes medidas de posición P65, D7 , Q3