GUÍA DE AUTOAPRENDIZAJE N°1: ECUACIONES EXPONENCIALES

Nombre Alumno(a):	
Asignatura: MATEMÁTICA	**Profesor: ELÍAS FIGUEROA QUIROZ** **Correo:** *matematicamedia.profeelias@gmail.com*
Curso: 2° Medio _____	**Fecha:**
Aprendizajes Esperados: OA • Reconocer ecuaciones exponenciales. • Resolver ecuaciones exponenciales aplicando propiedades de las potencias. • Resolver ecuaciones exponenciales utilizando logaritmos. • Aplicar procedimientos para resolver ecuaciones exponenciales.	

Una **ecuación exponencial** es aquella en la que aparecen exponentes, es decir, potencias cuyos exponentes son expresiones en las que aparece la incógnita, *x*. En esta sección resolveremos ecuaciones exponenciales sin usar logaritmos.
Para su resolución se deben igualar las bases de cada una de las potencias en una BASE COMÚN, dejando solo UNA BASE por cada lado de la igualdad de la ecuación. Por ejemplo,

$$3^{2x} = 3^{6}$$

La ecuación anterior se cumple, si las bases son iguales entonces los exponentes deben ser iguales. Por tanto, en este ejemplo el valor que debe tomar *x* es *3*.
Para conseguir igualdades como la anterior, tendremos que **factorizar**, expresar los números en forma de **potencias,** aplicar las **propiedades de las potencias** y escribir las raíces como potencias.

En ocasiones, tendremos que realizar un cambio de variable para transformar la ecuación en una ecuación de primer o de segundo grado e, incluso, de grado mayor. (pero el último caso, no lo veremos, ya que son contenidos de otro nivel)

También se pueden resolver aplicando logaritmos, pero nosotros dejaremos este procedimiento para ecuaciones con mayor dificultad en las que las exponenciales tienen bases distintas y, por tanto, no podemos usar la técnica anterior de igualar BASES para que los exponentes sean iguales. Por ejemplo, en la siguiente ecuación las bases son distintas.

$$3^{x+3}=5^{x}$$

Como una ecuación exponencial es realmente una ecuación con potencias de una o varias incógnitas en el exponente, podemos utilizar las propiedades de las potencias. Esto nos permite simplificar las ecuaciones exponenciales o escribirlas en una forma que facilite su resolución.
Las propiedades de las potencias que usaremos son las siguientes:

Producto (misma base) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	**Potencia** (de potencia) $\left(a^b\right)^c = a^{b\cdot c}$
Cociente $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	**Exponente negativo** $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
Inverso $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$	**Inverso** $\frac{1}{a^{-1}} = a$

Ejemplos:

$25=5^{2x-2}$ $5^2=5^{2x-2}$ $2=2x-2$ $2+2=2x$ $4=2x$ $2=x$	$9^{3+x}=27^x$ $(3^2)^{3+x}=(3^3)^x$ $3^{6+2x}=3^{3x}$ $6+2x=3x$ $6=x$	$6^{2x+6}=1$ $6^{2x+6}=6^0$ $2x+6=0$ $2x=-6$ $x=-3$
$16\cdot 2^{x-7}=4^{3x+5}$ $2^4\cdot 2^{x-7}=(2^2)^{3x+5}$ $2^{x-3}=2^{6x+10}$ $x-3=6x+10$ $-3-10=6x-x$ $-13=5x$ $\frac{-13}{5}=x$	$16^{x+2}=\frac{1}{4}$ $(4^2)^{x+2}=4^{-1}$ $4^{2x+4}=4^{-1}$ $2x+4=-1$ $2x=-5$ $x=\frac{-5}{2}$	$343=7^{3x-3}\cdot 49^{x+6}$ $7^3=7^{3x-3}\cdot(7^2)^{x+6}$ $7^3=7^{3x-3}\cdot 7^{2x+12}$ $7^3=7^{5x+9}$ $3=5x+9$ $-6=5x$ $\quad x=\frac{-6}{5}$

En estas ecuaciones exponenciales hay que procurar que las bases sean iguales, utilizando las propiedades de las potencias y así necesariamente los exponentes son iguales.

Ejercicios N°1:

Resuelva las siguientes ecuaciones exponenciales, despejando x en cada caso. Recuerda que debes igualar las bases, de manera de que los exponentes sean iguales. (sólo resuelve 8 ecuaciones)

$5^x=\frac{1}{25}$	$27^{2x}=9$	$4^{x+1}=2$	$3^{5x+1}=9^4$
$2^{x+2}=2$	$5^{-2x+4}=5^8$	$3\cdot 27^{x-2}=9^x$	$3^x=81^{x+1}$
$\left(\frac{1}{2}\right)^{3+x}=16$	$100^{2x+3}=1$	$32^{2x-3}=2^{x+3}$	$9^{3x-5}=9^{x+1}$

Departamento de Matemática
Profesor Elías Figueroa Quiroz

Algunas ecuaciones exponenciales son difíciles de resolver al no poder expresar fácilmente un número como potencia de otro. En este caso, al no poder igualar las bases de la potencia, se debe aplicar logaritmo en ambos miembros de la ecuación (generalmente se utiliza logaritmo de base 10)

Por ejemplo:

1. En la ecuación $2^x = 127$ no es posible expresar 127 como potencia de 2. La resolvemos así:

Tomamos logaritmos en ambos miembros: $\log 2^x = \log 127$

Logaritmo de una potencia: $x \log 2 = \log 127$

Resolvemos: $x = \dfrac{\log 127}{\log 2} \cong \dfrac{2'103803}{0'301029} = 6'988684$

2. $2^{x+1} = 3$ / log ( ) se aplica log decimal(base 10)

$\log (2^{x+1}) = \log 3$, aplicando log de una potencia

$(x+1) \log 2 = \log 3$, se distribuye

$x \log 2 + \log 2 = \log 3$, se despeja x

$x \log 2 = \log 3 - \log 2$

$x = \dfrac{\log 3 - \log 2}{\log 2}$

3. $10^{x+2} = 5$ / log ( ), se aplica log decimal(base 10)

$\log (10^{x+2}) = \log 5$, aplicando log de una potencia

$(x+2) \log 10 = \log 5$, se distribuye

$x \log 10 + 2\log 10 = \log 5$, se despeja x, pero $\log 10=1$

$x + 2 = \log 5$

$x = \log 5 - 2$

Ejercicio N°2:

Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales aplicando logaritmos (sólo resuelve 2 ec)

1) $4^{x-3} = 5$	2) $2^{x-1} \cdot 3^{x+1} = 2544$
3) $2^{3x-1} = 3^{x+2}$	4) $5^{2x-3} = 2^{2-4x}$

APÓYATE EN LA PRESENTACIÓN PPT "ECUACIONES EXPONENCIALES"