Colegio MARÍA GRISELDA VALLE
El Bosque
Departamento de Matemática
Profesor Elías Figueroa Quiroz

GUÍA DE AUTOAPRENDIZAJE N°2: RAÍCES Y RACIONALIZACIÓN

Nombre:____ Curso: II° Medio __

Objetivos de Aprendizaje:

- Racionalizar fracciones, donde en su denominador existen raíces expresadas como monomios o binomios.

INTRODUCCIÓN

Expresiones como $\frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}, \frac{a}{\sqrt{2x}}, \frac{5}{\sqrt[3]{2}} \ldots$, tienen en común que sus denominadores son irracionales o al menos aparecen en ellos alguna raíz.

La operatoria con tales expresiones no es sencilla y resulta muy práctico transformar los **denominadores** en expresiones racionales. En otras palabras, se trata de ''hacer que desaparezcan'' las raíces que hayan en el denominador.

El procedimiento por emplear consiste en amplificar por un factor adecuado. Es decir, se multiplica el numerador y el denominador por una misma cantidad, con lo cual la expresión original no cambia.

I. RACIONALIZACIÓN DE EXPRESIONES DE LA FORMA: $\frac{A}{\sqrt{a}}$

¿Cómo racionalizar la fracción $\frac{2}{\sqrt{3}}$? En los casos como éste, el factor adecuado para amplificar es la raíz que aparece en el denominador, o sea $\sqrt{3}$.

Ejemplo: $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ $(se\ amplifica\ por\ \sqrt{3})$

Se puede observar que el denominador original $\sqrt{3}$ (irracional) se ha transformado en 3 (racional).

Además, si bien la expresión inicial ha cambiado su ''forma'', sigue siendo la misma, ya que al amplificar una fracción su valor no se altera.

Por lo tanto

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Denominador Irracional   Denominador Racional

En general, cuando el denominador es una raíz cuadrada, ella misma es el factor de amplificación.

I. Ejercicios: Racionaliza los denominadores.

1. $\dfrac{5}{\sqrt{2}} =$

2. $\dfrac{3}{\sqrt{5}} =$

3. $\dfrac{1}{\sqrt{2}} =$

4. $\dfrac{1}{\sqrt{3}} =$

5. $-\dfrac{3}{\sqrt{7}} =$

6. $\dfrac{3}{2\sqrt{3}} =$

7. $\dfrac{5}{2\sqrt{3}} =$

8. $-\dfrac{12}{\sqrt{6}} =$

9. $\dfrac{21x}{\sqrt{7}} =$

10. $\dfrac{2ab}{\sqrt{6a}} =$

11. $\dfrac{15mx}{2\sqrt{5m}} =$

12. $\dfrac{20a^2b}{\sqrt{10a}} =$

13. $\dfrac{2a}{\sqrt{2ax}} =$

14. $\dfrac{5ax}{\sqrt{5x}} =$

15. $\dfrac{1}{\sqrt{3mx}} =$

16. $\dfrac{a+b}{\sqrt{ab}} =$

17. $\dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$

18. $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$

19. $\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}} =$

II. <u>RACIONALIZACIÓN DE EXPRESIONES DE LA FORMA</u>: $\dfrac{A}{\sqrt[n]{a}}$

Para racionalizar, por ejemplo, la fracción $\dfrac{3}{\sqrt[3]{2}}$ es necesario amplificar por $\sqrt[3]{2^2}$, por lo cual se consigue que el radicando sea 2^3

Ejemplo:

$$\frac{3}{\sqrt[3]{2}} = \frac{3\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2^2}} = \frac{3\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2\cdot 2^2}} = \frac{3\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}}$$

$$= \frac{3\sqrt[3]{4}}{2}$$

En general, si en el denominador aparece $\sqrt[n]{a^k}$ es necesario amplificar por $\sqrt[n]{a^{n-k}}$ con el objeto de igualar el índice de la raíz con el exponente del radicando.

Colegio MARÍA GRISELDA VALLE
El Bosque
Departamento de Matemática
Profesor Elías Figueroa Quiroz

II. Ejercicios: Racionaliza los denominadores.

1. $\dfrac{3}{\sqrt[3]{5}} =$

2. $\dfrac{4}{5\sqrt[3]{3}} =$

3. $\dfrac{m}{\sqrt[3]{a}} =$

4. $\dfrac{2x}{\sqrt[3]{2a}} =$

5. $\dfrac{3}{\sqrt[3]{m^2}} =$

6. $\dfrac{4ab}{\sqrt[3]{ab}} =$

7. $\dfrac{5m}{2\sqrt[4]{2m}} =$

8. $\dfrac{3a^2}{\sqrt[4]{2a}} =$

9. $\dfrac{3x}{\sqrt[5]{x^2}} =$

10. $\dfrac{2a}{\sqrt[5]{a^3}} =$

11. $\dfrac{3a}{\sqrt[5]{2a^2}} =$

12. $\dfrac{10}{3\sqrt[6]{2}} =$

13. $\dfrac{3\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}} =$

14. $\dfrac{2\sqrt{3a}}{\sqrt[3]{3a}} =$

15. $\dfrac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt[5]{2}} =$

16. $\dfrac{\sqrt{a-2}}{\sqrt[4]{a^3}} =$

17. $\dfrac{2\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt[5]{xy}} =$

18. $\dfrac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a^3b^3}} =$

III. <u>RACIONALIZACIÓN DE EXPRESIONES DE LA FORMA</u>: $\dfrac{A}{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}} =$

Si el denominador es un binomio, se amplifica la fracción por su **conjugado**. Si se trata, por ejemplo, de $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ se amplifica por $\sqrt{3}-\sqrt{2}$. La idea es formar el producto de la suma por la diferencia que es igual a la diferencia de los **cuadrados**, con lo cual se consigue eliminar las raíces.

Ejemplo

$$\frac{3}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{3\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)} = \frac{3\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3-2} = \frac{3\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{1} = 3\sqrt{3}-3\sqrt{2}$$

III. Ejercicios: Racionaliza los denominadores

1. $\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=$

2. $\dfrac{7}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=$

3. $\dfrac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}=$

4. $\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=$

5. $\dfrac{3a}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=$

6. $\dfrac{2m}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=$

7. $\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{11}-\sqrt{2}}=$

8. $\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}=$

9. $\dfrac{7\sqrt{10}}{\sqrt{10}+\sqrt{3}}=$

10. $\dfrac{3}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}=$

11. $\dfrac{9}{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}=$

12. $\dfrac{\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}=$

13. $\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}-2\sqrt{3}}=$

14. $\dfrac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{7}-3\sqrt{2}}=$

15. $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=$

16. $\dfrac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=$

17. $\dfrac{\sqrt{6-2}}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}=$

18. $\dfrac{\sqrt{3-1}}{3\sqrt{6}-2\sqrt{3}}=$