Colegio María Griselda Valle
El Bosque
Departamento de Matemática
Profesor Elías Figueroa Quiroz

NIVELACIÓN N°2: NÚMEROS RACIONALES

Nombre:____ Curso: II° Medio __

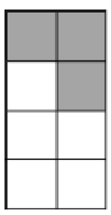
Objetivos de Aprendizaje de Reforzamiento:
- Reconocer y caracterizar el conjunto de los números racionales.
- Reconocer fracciones equivalentes mediante la amplificación o simplificación.
- Comparar y ordenar números racionales.
- Operar números racionales.
- Transformar decimales a fracciones y viceversa.

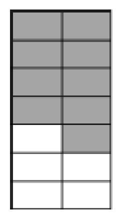
Los números racionales son aquellos que se pueden escribir como una razón. El conjunto de los números racionales se denota con la letra $\mathbb{Q}$. Todo racional expresa una o varias partes iguales de la unidad. Además, en toda fracción existen dos términos: "a" llamado numerador y "b" llamado denominador. Es decir:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \middle| \, a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} - \{0\} \right\}$$

- **Numerador:** indica el número de partes iguales que se consideran del entero.
- **Denominador:** indica el número de partes iguales en que se divide el entero.

Ejemplos:

 $= \frac{3}{8}$

 $= \frac{9}{14}$

Observaciones:
- No olvides que el denominador debe ser distinto de cero.
- Todo número entero puede ser escrito como un número racional.
- No todo número racional puede ser escrito como un número entero.

AMPLIFICAR Y SIMPLIFICAR.

Para **amplificar** una fracción se **multiplica**, por un número entero distinto de cero, el numerador y el denominador.

Ejemplo:

$$\frac{2}{3} \; aplificado \; por \; 4 \; es \; \frac{2 * 4}{3 * 4} = \frac{8}{12}$$

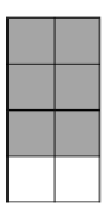
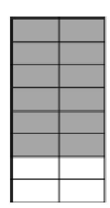
Para **simplificar** una fracción se **divide**, por un número entero distinto de cero, el numerador y el denominador.

Ejemplo:

$$\frac{9}{15} \; simlificado \; por \; 3 \; es \; \frac{9 : 3}{15 : 3} = \frac{3}{5}$$

FRACCIONES EQUIVALENTES.

Dos fracciones son equivalentes si representan la misma parte de un entero.

 = 

$$\frac{6}{8} = \frac{12}{16}$$

Observaciones:
- Para obtener fracciones equivalentes, se debe amplificar o simplificar una fracción dada.
- El conjunto de todas las fracciones equivalentes entre sí, se llama Clase de Equivalencia.
- Cada clase de equivalencia tiene un representante (Número Racional), el cual es la fracción irreductible del conjunto.
- Todos los elementos de una clase de equivalencia representan el mismo punto en la recta.

Departamento de Matemática
Profesor Elías Figueroa Quiroz

ACTIVIDAD 1.
Amplifica por 4 los siguientes racionales.

a) $\frac{2}{5} =$ b) $\frac{11}{10} =$

c) $\frac{-2}{3} =$ d) $\frac{-5}{7} =$

Amplifica por –3 los siguientes racionales.

e) $\frac{3}{7} =$ f) $\frac{1}{8} =$

g) $\frac{-4}{5} =$ h) $\frac{-5}{8} =$

ACTIVIDAD 2.
Simplifica hasta obtener una fracción irreductible.

a) $\frac{16}{28} =$ b) $\frac{80}{30} =$

c) $\frac{-12}{6} =$ d) $\frac{-27}{36} =$

e) $\frac{28}{84} =$ f) $\frac{-64}{132} =$

ACTIVIDAD 3.
Escribe 3 fracciones equivalentes a la fracción dada. *Recuerda que puedes amplificar o simplificar*.

a) $\frac{1}{5} = \_\_\_\_ = \_\_\_\_ = \_\_\_\_$ b) $\frac{6}{7} = \_\_\_\_ = \_\_\_\_ = \_\_\_\_$

c) $\frac{20}{30} = \_\_\_\_ = \_\_\_\_ = \_\_\_\_$ d) $\frac{-225}{75} = \_\_\_\_ = \_\_\_\_ = \_\_\_\_$

e) $\frac{-8}{6} = \_\_\_\_ = \_\_\_\_ = \_\_\_\_$ f) $\frac{-11}{18} = \_\_\_\_ = \_\_\_\_ = \_\_\_\_$

ACTIVIDAD 4.
Escribe en el $\square$ el número que falta para que las fracciones sean equivalentes.

a) $\frac{1}{3} = \frac{\square}{18}$ b) $\frac{8}{10} = \frac{80}{\square}$

c) $\frac{56}{\square} = \frac{-7}{8}$ d) $\frac{9}{54} = \frac{\square}{6}$

e) $\frac{\square}{36} = \frac{8}{-9}$ f) $\frac{-9}{10} = \frac{-108}{\square}$

g) $\frac{2}{7} = \frac{\square}{-21}$ h) $\frac{\square}{220} = \frac{-1}{2}$

ORDEN EN LOS RACIONALES.

Los números racionales representan cantidades, por lo tanto unos pueden representar más y otros menos, es decir hay una relación de orden entre ellos.

Es por ello, que podemos determinar cuando un número es mayor que otro o si son iguales.

$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Leftrightarrow a * d > b * c$	$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow a * d < b * c$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a * d = b * c$

Ejemplos:

$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} \Leftrightarrow 1 * 3 > 1 * 2$

$\frac{2}{5} < \frac{2}{3} \Leftrightarrow 2 * 3 < 2 * 5$

$\frac{7}{10} = \frac{14}{20} \Leftrightarrow 7 * 20 = 14 * 10$

Además, un conjunto de racionales se pueden ordenar, de menor a mayor o viceversa, de la siguiente forma:

1. Calcular el MCM de los denominadores.
2. Amplificar cada fracción para que todas tengan igual denominador.
3. Ordenar de menor a mayor o viceversa.

Ejemplo:

Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones: $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{5}$.

1. Calcular el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$MCM(3,4,5) = 60$$

2. Amplificar las fracciones para que tengan el mismo denominador.

$$\frac{1 * 20}{3 * 20} = \frac{20}{60}\,;\ \frac{1 * 15}{4 * 15} = \frac{15}{60}\,;\ \frac{2 * 12}{5 * 12} = \frac{24}{60}$$

3. Escribir las fracciones ordenadas.

$$\frac{15}{60} < \frac{20}{60} < \frac{24}{60} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{2}{5}$$

DENSIDAD EN EL CONJUNTO DE LOS RACIONALES.

Un conjunto es denso cuando entre dos números distintos se pueden intercalar infinitos números del mismo conjunto.

Se puede intercalar infinitos racionales entre dos racionales distintos, ya que el conjunto $\mathbb{Q}$ es denso.

1. Calcular el MCM de los denominadores de las dos fracciones.
2. Amplificar las fracciones para que tengan igual denominador.
3. Escribir las fracciones intercaladas.

Ejemplo:

Intercalar 3 fracciones entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{5}$.

4. Calcular el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$MCM(3,5) = 15$$

5. Amplificar las fracciones.

$$\frac{1}{3} = \frac{1 * 5}{3 * 5} = \frac{5}{15} \qquad \frac{4}{5} = \frac{4 * 3}{5 * 3} = \frac{12}{15}$$

6. Escribir las fracciones intercaladas.

$$\frac{5}{15}, \frac{6}{15}, \frac{7}{15}, \frac{8}{15}, \frac{12}{15}$$

ACTIVIDAD 5.

Coloca en el ( ) el signo $>$, $<$ o $=$ según corresponda.

a) $\frac{1}{3}$ ( ) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{1}{4}$ ( ) $\frac{8}{-9}$

c) $\frac{-2}{3}$ ( ) $\frac{5}{-9}$

d) $\frac{-17}{20}$ ( ) $\frac{-32}{45}$

e) $\frac{15}{3}$ ( ) $\frac{5}{1}$

f) $\frac{42}{60}$ ( ) $\frac{168}{240}$

ACTIVIDAD 6.

a) Ordena de menor a mayor los siguientes racionales.

$$\frac{3}{4}, \frac{-5}{6}, \frac{-3}{5}, \frac{1}{1}, 1\frac{1}{3}$$

b) Ordena de menor a mayor los siguientes racionales.

$$\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{-3}{4}, \frac{-2}{5}, \frac{-1}{2}$$

c) Ordena de mayor a menor los siguientes racionales.

$$\frac{3}{4}, \frac{-5}{6}, \frac{1}{2}, \frac{1}{1}, \frac{-3}{8}, \frac{7}{6}, \frac{0}{1}$$

d) Ordena de mayor a menor los siguientes racionales.

$$\frac{-7}{9}, \frac{-4}{5}, \frac{0}{8}, \frac{6}{7}, \frac{4}{9}, \frac{-3}{10}$$

Colegio MARÍA GRISELDA VALLE
El Bosque

Departamento de Matemática
Profesor Elías Figueroa Quiroz

ACTIVIDAD 7.
Intercala 5 racionales entre:

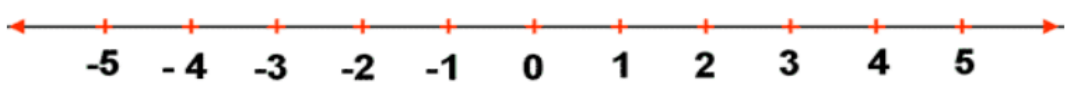
a) $\frac{-2}{5}$, _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , $\frac{5}{7}$

b) $\frac{5}{2}$, _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , $\frac{5}{9}$

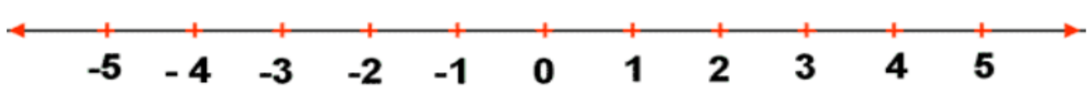
c) $\frac{9}{7}$, _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , $\frac{11}{8}$

ACTIVIDAD 8.
Ubica en la misma recta numérica los racionales dados.

a) $\frac{13}{5}, \frac{-17}{10}, \frac{2}{3}, \frac{-5}{7}$



b) $1\frac{1}{3}, \frac{3}{2}, \frac{17}{5}, \frac{-2}{5}, -3\frac{1}{2}, \frac{-9}{2}$



ADICIÓN DE NÚMEROS RACIONALES.
Existen distintas formas de sumar dos racionales.

1. ***Fracciones con igual denominador:*** Se suman los numeradores y se conserva el denominador en común.
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$
2. ***Fracciones con distinto denominador:*** Se debe amplificar cada fracción para que tengan un denominador en común y luego sumar los numeradores (amplificados).
$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

ACTIVIDAD 9.
Resuelve las siguientes adiciones de racionales.

a) $\frac{1}{7}+\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=$

b) $3\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{-3}{4}=$

c) $\frac{-1}{4}+\frac{3}{4}=$

d) $\frac{2}{3}+\left(\frac{-1}{8}+\frac{3}{4}\right)=$

e) $\frac{-8}{5}+\frac{7}{15}=$

f) $\left(-1\frac{1}{3}+\frac{7}{8}\right)+\frac{2}{3}=$

SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES.
La sustracción es la operación inversa de la adición. Por lo tanto:

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+\frac{-c}{d}$$

ACTIVIDAD 10.
Resuelve las siguientes sustracciones de racionales.

a) $\frac{27}{31}-\frac{13}{31}=$

b) $\frac{-1}{5}-\frac{3}{8}=$

c) $\frac{-2}{3}-\frac{-1}{6}=$

d) $\frac{3}{7}-\frac{-1}{7}=$

e) $\frac{-1}{2}-1\frac{3}{5}=$

f) $\frac{-5}{8}-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}-\frac{-5}{12}=$

Colegio MARÍA GRISELDA VALLE
El Bosque
Departamento de Matemática
Profesor Elías Figueroa Quiroz

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES.

$$\frac{a}{b} * \frac{c}{d} = \frac{a * c}{b * d}$$

ACTIVIDAD 11

Resuelve las siguientes multiplicaciones de racionales.

a) $\frac{3}{8} * \frac{-2}{9} =$

b) $\frac{-4}{5} * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} =$

c) $\frac{-12}{15} * \frac{-3}{4} * \frac{30}{40} =$

d) $\frac{1}{2} * \frac{-1}{4} * \frac{-2}{3} =$

e) $2\frac{1}{2} * \frac{-1}{4} * \frac{2}{3} * \frac{-5}{12} =$

DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES.

La división es la operación inversa de la multiplicación. Por lo tanto:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} * \frac{d}{c}$$

ACTIVIDAD 12

Resuelve las siguientes divisiones de racionales.

a) $\frac{-7}{8} : \frac{3}{5} =$

b) $\frac{4}{9} : 16 =$

c) $0 : \frac{4}{7} =$

d) $\left(\frac{1}{2} : 2\right) : 4 =$

e) $\frac{1}{} : \frac{1}{} : \frac{1}{} =$

REPRESENTACIÓN DECIMAL DE UNA FRACCIÓN.

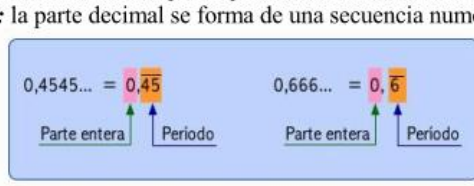
Toda fracción puede ser representada de forma decimal dividiendo el numerador con el denominador.

Los números decimales se forman de una parte entera separada de una parte decimal con una coma. De acuerdo a como es el decimal se puede clasificar como:

1. ***Decimal finito:*** número decimal que su parte decimal tiene fin.

$$\frac{112}{100} = 1{,}12 \qquad \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \qquad \frac{2}{5} = 0{,}4$$

2. ***Decimal infinito:*** número decimal que su parte decimal no tiene fin.
   a. ***Periódico:*** la parte decimal se forma de una secuencia numérica que se repite (periodo).



   b. ***Semiperiodico:*** la parte decimal se forma de algunas cifras (anteperiodo) acompañados de un periodo.

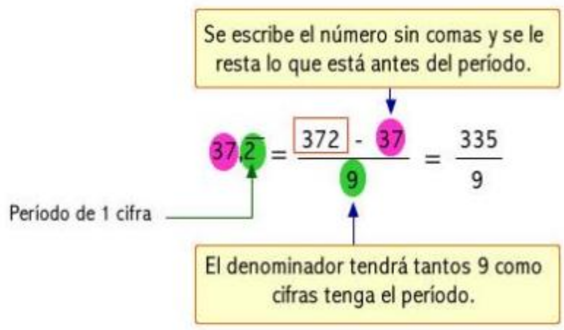
Departamento de Matemática
Profesor Elías Figueroa Quiroz

REPRESENTACIÓN FRACCIONARIA DE UN DECIMAL.

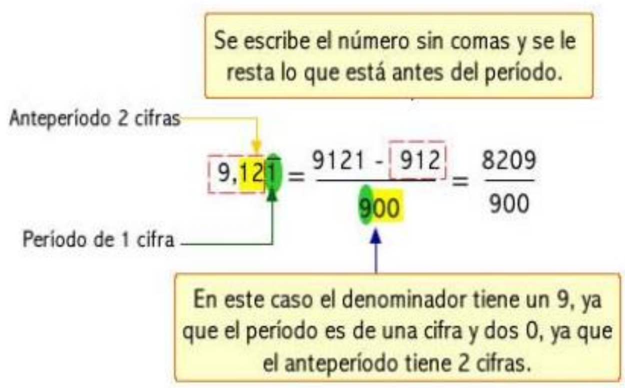
Los números decimales, dependiendo de su naturaleza, pueden ser expresados como una fracción (propia, impropia o igual al entero). Los únicos números decimales que no se pueden representar como una fracción son los infinitos no periódicos, es por ello que todos los decimales excepto los infinitos no periódicos, pertenecen al conjunto de los números racionales.

1. ***Decimal finito a fracción:*** se escribe en el numerador el decimal completo omitiendo la coma. Se En el denominador se escribe una potencia de diez, donde el exponente es igual al número de cifras de la parte decimal.

2. ***Decimal infinito periódico a fracción:*** se escribe en el numerador el decimal completo omitiendo la coma y se le resta todo lo que está antes del periodo. En el denominador se escriben tantos nueve como cifras tenga el periodo.



3. ***Decimal infinito semiperiodico a fracción:*** se escribe en el numerador el decimal completo omitiendo la coma y se le resta todo lo que está antes del periodo. En el denominador se escriben tantos nueve como cifras tenga el periodo acompañado de tantos ceros como cifras tenga el anteperiodo.



Colegio MARÍA GRISELDA VALLE
El Bosque

Departamento de Matemática
Profesor Elías Figueroa Quiroz

ACTIVIDAD 13

Transforme los siguientes decimales a fracción

$3,\overline{1}$	$15,\overline{8}$	$0,\overline{8}$
$7,\overline{3}$	$52,\overline{1}$	$0,7\overline{1}$
$1,03$	$3,\overline{07}$	$0,002$
$6,\overline{418}$	$0,2\overline{33}$	$7,05\overline{03}$